



Araştırma Makalesi

Açılar Konusunda GeoGebra Kütüphanesinde Yer Alan Etkinliklerin Dinamik Geometri Görev Analizi Perspektifinden İncelenmesi

Derya AK^Π, Serhan ULUSAN^ξ, Deniz ÖZEN ÜNAL^α

Öz

Bu çalışmada GeoGebra kütüphanesinde bulunan açılar konusuna ait kazanımlarla ilgili olan ortaokul seviyesindeki Türkçe etkinliklerin niteliği Trocki ve Hollebrands'ın (2018) geliştirmiş olduğu Dinamik Geometri Görev Analizi çerçevesi doğrultusunda incelemek amaçlanmıştır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi yöntemi etrafında şekillenmiştir. Araştırmanın örneklemini GeoGebra kütüphanesinde yer alan ortaokul seviyesinde, MEB kazanımları ile uyumlu, açılar konulu, Türkçe etkinlik olma ölçütleriyle bağdaşan 61 etkinlikten oluşmaktadır. Verilerin analizinde içerik analizi yönteminden yararlanılmıştır. Araştırma sonunda GeoGebra kütüphanesinde açılar konusuna ait ortaokul düzeyinde kazanımlarla ilgili hazırlanan etkinliklerin matematiksel derinlik yönünden (1) “Matematiksel bir gerçek, kural, formül veya tanımı hatırlamayı gerektirir” ve (3) “Öğrencinin matematiksel kavramları, süreçleri ve mevcut çizimde yer alan ilişkileri dikkate almasını gerektirir” seviyesinde yoğunlaştığı tespit edilmiştir. GeoGebra kütüphanesinde 4 ve 5 seviyelerindeki, öğrencilerin mevcut yapının ötesine geçerek matematiksel kavram, süreç ya da ilişkileri genellemesine imkân tanıyacak etkinliklerin az sayıda yer aldığı belirlenmiştir. Araştırmada incelenen dinamik geometri etkinliklerinin teknolojik eylem türleri yönünden D seviyesinde yoğunlaştığı tespit edilmiş bu tespitle etkinliklerin teknolojik eylemlerinde sürgü ve sürüklemeye araçlarına yer verildiği sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen ve öğrenciler için önemli bir öğrenme-öğretme kaynağı olarak belirtilen GeoGebra kütüphanesindeki ortaokul düzeyinde açı kavramının öğretimini hedefleyen etkinliklerin açılar konusunda yaşanabilecek güçlükleri giderecek nitelikte ve kavramsal anlayışı geliştirmeye yönelik tasarlanması önerilmektedir. Bu hususta GeoGebra kütüphanesinde sunulacak etkinliklerin tasarım sürecinde matematiksel derinlik ve teknolojik eylemlerinin boyutları ele alınmalıdır.

Anahtar Kelimeler: Dinamik geometri, görev analizi, geogebra, açılar.

Gönderim: 03.012.2025

Kabul: 03.06.2026

Yayın: 31.07.2026

Referans: Ak, D., Uluşan, S., & Özen Ünal, D. (2026). Açılar konusunda GeoGebra kütüphanesinde yer alan etkinliklerin dinamik geometri görev analizi perspektifinden incelenmesi. *International Journal of Mathematics Teaching and Interdisciplinary Practices*, 1(2), 1–27.

^Π Aydın Adnan Menderes Üniversitesi- derya.akk18@gmail.com -ORCID: 0009-0007-8630-3035

^ξ Aydın Adnan Menderes Üniversitesi- serhan.ulusan@adu.edu.tr- ORCID: 0000-0003-0116-2696

^α Aydın Adnan Menderes Üniversitesi- deniz.ozen@adu.edu.tr - ORCID: 0000-0002-9279-3452



Research Article

An Investigation of Activities on Angles in the GeoGebra Library from the Perspective of Dynamic Geometry Task Analysis

Abstract

This study aims to examine the quality of middle school level open access GeoGebra activities related to the learning outcomes of the subject of angles, within the framework of the Dynamic Geometry Task Analysis developed by Trocki and Hollebrands. The research is designed around the document analysis method, one of the qualitative research methods. The sample of the study consists of 61 activities that meet the criteria of being at the middle school level, aligned with the Ministry of National Education (MoNE) learning outcomes, themed on angles, and available in Turkish. Content analysis was utilized for data analysis. The results of the study revealed that the activities prepared for the middle school level learning outcomes on angles are concentrated at levels (1) 'Prompt requires student to recall a math fact, rule, formula, or definition. and (3) Prompt requires student to consider the mathematical concepts, processes, or relationships in the current sketch.' in terms of mathematical depth. These resources contains a limited number of activities at levels 4 and 5, which would allow students to go beyond the existing structure and generalize mathematical concepts, processes, or relationships. In terms of technological action types, the examined dynamic geometry activities are concentrated at level D. This finding leads to the conclusion that sliders and dragging tools are predominantly used in the technological actions of the activities. It is recommended that activities aiming to teach the concept of angles at the middle school level -which is cited as an important teaching and learning resource for teachers and students- should be designed to address potential difficulties in the subject of angles and to enhance conceptual understanding. In this regard, the dimensions of mathematical depth and technological actions should be addressed during the design process of the activities to be presented within the open access GeoGebra resources.

Keywords: Dynamic geometry, task analysis, geogebra, angles.



GİRİŞ

Geometri bireylerin yaşadığı dünyayı anlamlandırabilmesini ve analizler ile çıkarımlarda bulunabilmesini sağlayan matematiğin temel konu alanlarından birisidir (National Council Teachers Mathematics [NCTM], 2001, Akt., Ünlü ve Ertekin, 2020). Geometrinin günlük yaşama yönelik kazanımlarının dışında bireylerde görselleştirme, sezgisel çıkarımlarda bulunma, farklı bakış açıları edinme, eleştirel düşünme, hipotezler üretme, problem çözme, mantıksal akıl yürütme ve ispat gibi becerilerinin gelişiminde de etkili olduğu ifade edilmektedir (Jones, 2002). Ancak geometrinin soyut kavram ve ilişkilerin oluşumları üzerine kurulması öğrencilerin güçlükler yaşamasına neden olmakta ve bahsi geçen kazanımlara ulaşılması için somut ve gerçek yaşama dair örneklerin öğretimde yer alması gerekmektedir (Yavuzsoy Köse, 2008). Geometrinin karmaşık yapısına nazaran öğretimin somutlaştırılmasında görsel ve üç boyutlu materyallerin kullanımına vurgu yapılmaktadır (Baykul, 2020). Özellikle geometrik yapıların inşasında araç-gereç kullanımına önem verilmekte olup cetvel ve pergel ön plana çıkmaktadır (Ünlüer, 2021). Fakat cetvel ve pergel kullanarak kâğıt-kalem ortamında sürdürülen geleneksel geometri öğretiminin geometrik kavramlara ilişkin bazı özellikleri göstermekte kısıtlayıcı etki yarattığı söylenmektedir. (Tapan-Broutin, 2014). Bununla birlikte geometri disiplinine ait kavram, şekil, bağıntı ve ispat süreçlerinin öğretiminde ezber yönteminin işe koşulması geometrik düşünmeyi geliştirmede temel eksiklik olarak ifade edilmektedir (Köse vd., 2012). Belirtilenler dikkate alındığında geometri öğretiminde keşfedici bir yaklaşımın benimsendiği (Baykul, 2020) yeni öğretim yöntemlerinin kullanılması gerekliliğini ortaya çıkarmaktadır.

Son yıllarda bilgisayar teknolojilerinin gelişmesi ile matematik öğrenme-öğretme süreçlerinde kavramsal anlayışın gerçekleştirilmesine imkân tanıyan yenilikler ortaya konulmuştur (Kaleli Yılmaz vd., 2010). Temelinde soyut kavram ve yapıların yer aldığı geometri ise bu kavramsal anlayışların sağlanmasında güçlük çekilen alanların başında gelmekte olup bilgisayar teknolojilerinden etkilenmesi kaçınılmaz olmuştur (Güven ve Karataş, 2005; Mistretta, 2000). Özellikle soyut kavram ve ilişkilerin görselleştirilmesi hususunda etkili olan bilgisayar teknolojilerinin geometri öğrenme ortamlarına entegrasyonu sonucu geometri öğretiminde yeni yaklaşımlar karşımıza çıkmıştır (Delice ve Karaaslan, 2015). Bilgisayar teknolojilerinin geometri sınıflarında kullanımı ile dinamik geometri yazılımı (DGY) adı verilen yeni yaklaşım geometri öğretiminde yerini almıştır (Karataş ve Güven, 2015). Dinamik geometri yazılımı kavramı, Nick Jackiw ve Steve Rasmussen aracılığıyla alanyazında yer edinmiş, geometrik inşa



süreçlerinin gerçekleştirilmesi ve geometrik ilişkilere ait modellerinin oluşturulmasında etkileşim sağlayan Cabri Geometri, Geometer's Sketchpad, GeoGebra, Cinderella gibi geometri öğretiminde faydalanılması üzerine tasarlanmış yazılımlar için kullanılan bir ifade olarak açıklanmaktadır (Moss, 2000; NCTM, 2000, Akt. Yavuzsoy Köse 2008). İlk örnekleri ile 1980'li yılların sonlarında karşılaştığımız DGY'ler kendilerine has özellikleriyle Öklid Geometrisinin öğrenimi ve öğretimi esnasında bilgisayar üzerinde oluşturulan geometrik şekil ve yapıları dinamik olarak inceleme olanağı tanımaktadır (Gomes & Vergnaud, 2004; İlhan ve Arslaner, 2017). DGY'lerin dinamik olma özelliği onları statik yapıdaki geleneksel kâğıt-kalem uygulamalarından farklı kılmaktadır (Hazzan & Goldenberg, 1997). Nitekim DGY'lerin, kâğıt kalem ortamlarında yapılan öğretime göre daha etkili olduğu ifade edilmektedir (Açıkgül ve Aslaner, 2015). DGY'leri farklı kılan ve onlara dinamik bir boyut kazandıran kritik unsurun sürüklenme özelliği olduğu araştırmacılar tarafından belirtilmektedir (Laborde vd., 2006; Moss, 2000). DGY yardımıyla oluşturulan geometrik şekil veya yapının sürüklenme aracı kullanılarak farklı biçimlerde manipüle edilmesi yapıda bir bozulma meydana gelmesi, değişen-değişmeyen noktaların belirlenmesi durumlarına ilişkin araştırma olanağı sunmaktadır (Köse vd., 2012). Böylelikle DGY'ler öğrencilere geometrik kavram ve yapıların oluşturulması sürecinde aktif rol alma, deneyimler ile ilişkileri ve değişmeyen özellikleri keşfetmesine imkân sağlamaktadır (Battista & Clements, 1995; Laborde, 2001). Bunlara ek olarak DGY'ler geometri öğrenme sürecinin merkezinde yer alan keşfetme, varsayımda bulunma yaklaşımlarına da olanak sunmaktadır (Baccaglini-Frank ve Mariotti, 2010). Araştırmacılar dinamik geometri yazılımlarının öğretmenler tarafından öğrencilerin derse yönelik ilgi ve motivasyonunu arttırmak, sezgisel ve derin düşünmeyi sağlamak adına kullanılması gerektiğini ifade etmektedir (Heddens & Speer, 1997; Straesser, 2001). Nitekim öğretim programları da bu durumu desteklemekte olup geometrik şekiller, geometrik nicelikler ve dönüşüm temalarına ait öğretme-öğrenme yaşantıları alanında dinamik geometri yazılımlarının kullanımını vurgulamaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; 2024).

Günümüzde geometri öğretim sürecinde işe koşulan birbirinden farklı birçok DGY bulunmaktadır. Bunlar arasında Cabri Geometri, Geometer's Sketchpad, GeoGebra ve Cinderella yazılımları yer almaktadır. Ücretsiz olması ve geometri ile cebir alt disiplinlerini bütünleşik bir yapıda sunmasıyla GeoGebra yazılımı öne çıkmaktadır (Hohenwarter vd., 2008). GeoGebra, 2001 yılında Markus Hohenwarter'ın Avusturya'nın Salzburg Üniversitesi'ndeki lisansüstü tez çalışması sürecinde geliştirdiği bir projedir. Diğer dinamik geometri



yazılımlarının ayrı ayrı dikkate aldığı cebir, geometri ve analiz alt disiplinlerinin tek bir yapıda ve ücretsiz olarak kullanıcılara sunulması fikri GeoGebra programının ortaya çıkış amacını oluşturmaktadır (Hohenwarter vd., 2008). Dikovic (2009) GeoGebrayı diğer DGY'lerden farklılaştıran nitelikleri basit ve kullanımı kolay bir arayüze sahip olma, farklı pek çok dilde hizmet verme, cebir ve geometri gibi alanları içeriğinde barındıran çoklu yapı sonucunda grafik ve denklem gibi farklı temsil biçimlerinin gösterimi, sürgü ile dinamik yapıların keşfedilmesinde yardım sağlama olarak ele almaktadır. GeoGebra'nın öğretim uygulamalarında aktif rol üstlenmesi ile öğrencilerin deneysel, probleme dayalı ve keşfetme yöntemiyle öğrenmelerine olanak tanınarak bilişsel becerilerinin geliştirilebileceği düşünülmektedir (Dikovic, 2009). Tüm DGY'ler gibi GeoGebra'nın etkililiği de öğretmenlerin bakış açılarına bağlı olarak şekillenmektedir (Mitchell vd., 2007). Hohenwarter vd. (2008) GeoGebra çevrimiçi ortamında pek çok etkinliğin oluşturulup kullanıcıların paylaşımına sunulmasına dayanarak GeoGebra'nın dünyadaki birçok matematik öğretmeni ve öğretmen adayı tarafından sıklıkla tercih edildiğini ifade etmektedir. Yapılan araştırmalar GeoGebra yazılımının etkililiğini desteklemekte geometri öğretiminde işe koşulmasının olumlu yansımaları yol açtığını göstermektedir (Kutluca ve Zengin, 2011; Tatar vd., 2011).

Geometrinin temel kavramlarından biri olan açıyı anlayabilmek için öğretimine erken yaşlarda başlanması gerektiği önerilmektedir (French, 2004). Açı kavramı statik ve dinamik olmak üzere farklı biçimlerde tanımlanmasından dolayı çok boyutlu bir kavram olarak nitelendirilmektedir (Mitchellmore & White, 2000). Bu tanımlar Keiser (2004) tarafından (a) bir ışının bir nokta etrafında yapmış olduğu dönme ölçüsü (dinamik yön), (b) başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşimi (statik), (c) iki ışın arasında kalan bölge (statik yön) olarak ele alınmaktadır. Bu tanımlama farklılıkları nedeniyle açı kavramı öğrencilerin zihinlerinde anlam kazandırmakta en çok güçlük yaşanan kavramların başında yer almaktadır (Tanguay & Venant, 2016). Öyle ki Erbay (2016) 6. sınıf öğrencilerinin açı kavramına ilişkin bilgilerini incelediği çalışmasında öğrencilerin açı kavramını ifade etmekte zorlandığını belirtmiştir. Ayrıca açılar kavranmasında yaşanan güçlüklerin öğrencilerde birçok kavram yanılgısı ve hatanın oluşmasına sebebiyet verdiği ilgili konuda yapılan araştırmaların sonuçlarından anlaşılmaktadır (Devichi & Münier, 2013; Özen Ünal ve Ürün, 2021). Tanımlarda açığa ilişkin farklı özelliklere odaklanılması kavramı kısıtlayıcı bir duruma dönüştürmektedir (Keiser, 2004). Bundan dolayı açı kavramına dair kavram yanılgısı ve hataların oluşmasının ana nedeni olarak dinamik yönünün öğretim sürecinde yeterince ele alınmamasından kaynaklı olduğunu



düşündürmektedir (Mitchelmore & White, 2000). Nitekim Masuda (2009) aç ı kavramının öğretiminde ilköğretim yıllarından itibaren statik yönüyle birlikte dinamik yönüne de odaklanılması gerektiğini ifade etmiştir. Dolayısıyla aç ı kavramının dinamik yönü de dikkate alınarak öğretiminde kâğıt-kalem ortamının yetersizliğı teknoloji kullanımına yönelmeyi gerekli kılmaktadır (Browning vd., 2007 Akt., Devichi & Münier, 2013). Araştırmacılar bu durum karş ısında aç ı kavramının öğretimi esnasında DGY’lerin iş e koşulmasını önermektedir (Baya’a vd., 2017; Clements & Burns, 2000). Her ne kadar öğretmen ve öğretmen adaylarının GeoGebra’nın kullanımına yönelik olumlu görüşlere sahip oldukları belirtilse de (Hohenwarter vd., 2008; Horzum ve Ünlü, 2017) bu konudaki yetkinlik düzeylerinin sınırlı olabileceğı düşünölmektedir. Nitekim aç ıların ilkököl yıllarındaki öğretiminde büyük önem taşıyan sınıf öğretmenleri ile geometri öğretiminde yeni yaklaşımlar ve mesleki yeterliliklerin geliştirilmesi üzerine gerçekleştirilen TÜBİTAK 4004 projesinde, öğretmenlerin GeoGebra’yı yeni öğrendiklerini ve gelecekte GeoGebra’yı derinlemesine öğrenerek etkinlikler oluşturmaya istekli olduklarını ifade ettikleri belirtilmiştir (Kavaklı vd., 2023). Dolayısıyla GeoGebra’nın açık erişim olarak sunulan etkinlik kütüphanesinin (<https://www.geogebra.org/materials>) ise öğretmen ve öğrenciler için önemli bir öğrenme-öğretme kaynağı olduğı belirtilmektedir (Weinhandl vd., 2020; Yao, 2024; Yao & Gan, 2024). Ancak hem öğretmenlerin öğrencilere sunacağı hem de öğrencilerin bireysel öğrenme sürecinde destek alacakları etkinliklerin nitelikleri de önem taşımaktadır (Ünlüer, 2021). Literatürde DGY ortamında hazırlanan etkinliklerin niteliğini değerlendirme konusu Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından ele alınmıştır. Yiğit Koyunkaya ve Bozkurt (2019) ise matematik öğretmeni adaylarının GeoGebra programını kullanarak geliştirdikleri etkinlikleri bu çerçeveye göre incelemiş ve öğretmen adaylarının geliştirdikleri etkinliklerin matematiksel derinlik olarak sıklıkla 0, 1, 2 düzeyinde olduğı, teknolojik eylemlerin ise sürükleme aracı ile sağlandığı sonucunu elde etmiştir. Araştırmacılar matematik öğretmeni adaylarının DGY etkinlikleri hazırlama konusunda gerekli bilgi ve becerilerdeki eksikliklerini geliştirmeleri gerektiğini ifade etmektedir. Bu çerçevenin ele alındığı diğ er çalışmaların ise ders kitaplarındaki DGY etkinliklerinin incelenmesi şeklinde gerçekleştirildiğı görölmektedir (Ayyıldız vd., 2019; Gülkılık, 2023; Ulusoy ve Turuş, 2022). Ancak öğretmenler tarafından yaygın kullanıma sahip (Hohenwarter vd., 2008) GeoGebra kütüphanesindeki etkinliklerin araştırmalarda nadiren yer aldığı görölmektedir. Yao (2024) çalışmasında GeoGebra kütüphanesinde yer alan fonksiyon dönüşömlerine ilişkin etkinliklerin niteliğini ve sunduğı öğrenme fırsatlarını incelemiştir. İncelenen etkinliklerin nitelik ve sunulan öğrenme fırsatları yönünden kısıtlılık taşıdığı sonucuna ulaşılmıştır. Yao ve Gan (2024)



GeoGebra kütüphanesinde kesirlerle bölme işlemine ilişkin etkinliklerin kavramsal, temsili ve bilişsel eylemlerini dikkate alarak niteliklerini ortaya koymaktadır. Söz konusu çalışmada kesirlerle bölme işlemine dair GeoGebra kütüphanesindeki etkinliklerde kesirlerle bölmenin ölçme anlamında kavramsallaştırıldığı, temsil modellerinden sayı doğrusu modeline nadir yer verildiği ve bilişsel anlamda sınırlılıklar barındırdığı tespit edilmiştir. GeoGebra kütüphanesinde yer alan etkinliklerin nitelikleri öğrencilerin öğrenme-öğretme süreçlerinde kavram yanılgılarına, sınırlı bir anlayış geliştirmelerine yol açabileceğini düşündürmektedir. Öğrencilerin öğrenme sürecinde güçlük çektiği açılar konusunda GeoGebra etkinliklerinin kavramsal anlayışın geliştirilmesinde, dinamik yönün anlamlandırılmasında etkili olduğu ifade edilmektedir (Baya'a vd., 2017). Dolayısıyla GeoGebra kütüphanesinde yer alan açı öğretimine ilişkin etkinliklerin öğretmen ve öğrenciler tarafından kullanılacağı öngörülmektedir. Bu etkinliklerin niteliklerine ilişkin bilgi sahibi olmak öğretmen ve öğrencilerin etkinlik seçiminde fayda sağlamasının yanı sıra gelecekte tasarlanacak etkinliklerin de derinlemesine öğrenmeyi gerçekleştirebilmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Buradan hareketle bu araştırmada GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konusuna yönelik görev ve etkinliklerin dinamik geometri görev analizi çerçevesine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın problemi GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konusuna ait dinamik geometri etkinliklerinin matematiksel derinlik seviyeleri ve teknolojik eylem türleri nasıldır şeklinde belirlenmiştir.

Araştırmanın Alt Problemleri:

1. GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konusuna ait dinamik geometri etkinliklerinin matematiksel derinlik seviyeleri nasıldır?
2. GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konusuna ait dinamik geometri etkinliklerinin teknolojik eylem türleri nasıldır?

Dinamik Geometri Görev Analiz Çerçevesi

Geometri, soyut yapıların zihinde canlandırılması ile görselliğin ön planda olduğu karmaşık bir matematik alt dalıdır (Karakuş, 2008, Akt., Delice ve Karaaslan, 2015). Geometrinin soyut ve anlaşılması zor konularının somutlaştırılmasında, geometrik şekiller arasında ilişkilerin keşfedilmesinde etken olan dinamik geometri yazılımlarının önemi gittikçe artmaktadır (Delice ve Karaaslan, 2015). DGY'nin öğrencilere şekillerin oluşturulmasında kolaylık sağlaması, şekillere ilişkin sürüklemeler ile değişen-değişmeyen yapıların gözlenmesi, ilişkilerin ortaya çıkarılmasıyla geometri öğreniminde etkileşimli ortam yaratılmasına neden olmuştur (Trocki



ve Hollebrands, 2018). Tüm bu nedenler DGY'lerin geometri öğretiminde öğretmenler tarafından kullanımını arttırmıştır. Matematik öğretmenlerinin öğretimde kullandıkları dinamik ortamlardaki geometri görev ve etkinliklerinin niteliğine dair bir yorumda bulunulamaması Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından “Dinamik Geometri Görev Analiz Çerçevesi” nin geliştirilmesine sebep olmuştur. Trocki (2015) doktora çalışması sonucu geliştirdiği bu teorik çerçevenin öğretmenlere dinamik geometri ortamında hazırlayacakları görev ve etkinliklerde rehberlik etmesini amaçlamıştır. Çerçevenin geliştirilme sürecinde öğretmenler tarafından Geometer's Sketchpad üzerinde hazırlanan etkinliklerin incelenmeye alınmış ve bu etkinliklerin analizleri doğrultusunda çerçeve ortaya koyulmuştur.

“Dinamik Geometri Görev Analiz Çerçevesi” dinamik geometri ortamındaki görev ve etkinliklere yönelik geliştirilmiş bir çerçeve olduğu için etkinliklerin matematiksel yapısına dair “Matematiksel Derinlik” ile etkinliklerin teknolojik yapısına ilişkin “Teknolojik Eylem Türleri” olmak üzere iki boyuttan meydana gelmektedir. “Matematiksel Derinlik” boyutunun oluşturulmasında Smith ve Stein (1998)'in matematiksel görev ve etkinliklerin düzeylerini belirleyebilmek için ortaya koyduğu bilişsel istem düzeyi teorisi etkili olurken “Teknolojik Eylem Türleri” boyutunun oluşturulmasında Sinclair (2003)'in çalışması etkili olmuştur. Smith ve Stein (1998) incelemiş oldukları birçok matematik görev ve etkinliklerin ardından bu görev ve etkinliklerin düzeylerini belirlemek için dört kategori tanımlamıştır. Bu kategorileri önce düşük düzey ve yüksek düzey olarak gruplandırmış her iki gruba ait iki alt düzey oluşturulmuştur. Düşük düzeye ait ezberleme ve bağlantısız prosedürler ile yüksek düzeye ait bağlantılı prosedürler ve matematik yapma olarak sınıflandırılmıştır. Ezberleme düzeyi önceden edinilen formül, kural ya da tanımın tekrar kullanımını hedefleyen bunların arkasındaki anlamlara odaklanmayan görevlerdir. Bağlantısız prosedürler doğru yanıtın bulunmasına odaklanan, çözüme dair açıklamayı gerektirmeyen, yöntemin görev içerisinde sunulduğu kategoridir. Bağlantılı prosedürler farklı temsil biçimleriyle ilişki kurulmasına olanak tanıyan, kavramsal anlamaya yönlendiren bilişsel çaba gerektiren görevlerdir. Matematik yapma; karmaşık düşünme ve bilişsel çabayı gerekli kılan, matematiksel kavram ve süreçlere dair ilişkilerin anlamlandırılmasını sağlayıcı görevlerdir.

Çerçevede “*Prompt*” olarak isimlendirilen kavram, sözel ya da yazılı biçimde cevap verilmesi beklenen bir dinamik geometri görevi ile ilgili yazılı yönlendirme veya soru olarak tanımlanmaktadır (Trocki & Hollebrands, 2018). Çerçevenin teknolojik eylem boyutunda etkili olan teknolojik yönergeler ise dinamik geometri görevine dair çizim, ölçüm, inşa ve



manipülasyonu gerekli kılan soru ya da yönerge olarak tanımlanmaktadır (Trocki, 2014). Çerçeve de matematiksel derinlik seviyeleri matematiksel anlam açısından belirsiz olan puanlanamayan olarak adlandırılan N/A seviyesi ile 0, 1, 2, 3, 4, 5 şeklinde sayılar kullanılarak sınıflandırılmıştır. Çerçeve de teknolojik eylem türleri için ise teknolojik açıdan soruda bir çizim, inşa, ölçüm ve manipülasyonu gerektirmeyen durumlara dair puanlama dışı olan N/A kodu kullanılmıştır. Çizim, inşa, ölçüm, sürükleme ve manipülasyon durumlarını kategorilendirmek için ise A, B, C, D, E, F harflerinden yararlanılmıştır. Bir görev/yönergenin durumuna göre değişmekle birlikte çerçeveye ilişkin analizlerde matematiksel derinlik seviyesi ve teknolojik eylem türü için birden çok kod belirlenebilir.

Trocki ve Hollebrands (2018) daha önce de belirtildiği gibi çerçevenin matematiksel derinlik boyutunu oluştururken Smith ve Stein'in (1998) teorisinden etkilenmiştir. 0 kodlu matematiksel derinlik seviyesi, etkili bir DGY görevinin öncelikle matematiksel gerçek ile örtüşmesi gerekliliğine dayanarak çerçevede yer almaktadır. 1 ve 2 kodlu seviyeler ise Smith ve Stein (1998)' in düşük düzey olarak nitelendirdiği ezberleme kategorisine karşılık gelmektedir. 3 ve 5 kodlu seviyeler, DGY'lerde hipotez kurma ve bunların test edilmesine ilişkin görev/etkinliklerde araştırma yapılması temeline dayanmaktadır. Smith ve Stein'in teorisinde matematik yapma kategorisinin göstergelerinden olan matematiksel ilişkilerin keşfi ve anlamlandırılması bu çerçevede 4 kodlu seviyeye karşılık gelmektedir. Öyle ki bu seviyede öğrencilerin matematiksel kavram, süreç ve ilişkileri açıklamasını gerekli kılmaktadır. Bu seviyede öğrenciyi açıklama yapma ihtiyacına yönlendirme durumunun gerekçe veya kanıtlama yerine tercih edildiği ifade edilmiştir (Trocki & Hollebrands, 2018).

Çerçevenin teknolojik eylem türleri için olan kodlamaları da benzer şekilde alanyazından etkilenmektedir. Geleneksel kâğıt-kalem uygulamaları ve ölçme araçları ile de gerçekleştirilebilen çizim, ölçüm ve inşa durumlarını içeren görevlerin dinamik geometri ortamlarına uyarlanma durumları A, B ve C kodları ile ilişkilendirilmektedir. DGY'lerde bulunan sürgü bileşenin geometrik yapılar ve şekilleri sürükleme yoluyla etkileşim sağlama açısından öğrencilerde potansiyel durumları açığa çıkarması D kodu ile ele alınmaktadır. E ve F kodları ise değişmeyen ilişkilerin vurgulanması ve uç durumların dikkate alınması durumlarını içermektedir (Trocki & Hollebrands, 2018). Teorik çerçeve Tablo 1' de sunulmuştur.

Tablo 1.*Trocki ve Hollebrands (2018) Dinamik Geometri Görev Analizi Çerçevesi***Matematiksel Derinlik**

Seviyeler	Açıklamalar
<i>N/A</i>	Matematiğe odaklanmayan bir teknoloji görevi gerektirir.
<i>0</i>	Matematiksel doğruluğu olmayan bir çizimi ifade eder.
<i>1</i>	Matematiksel bir gerçek, kural, formül veya tanımı hatırlamayı gerektirir.
<i>2</i>	Öğrencinin çizimdeki bilgileri bildirmesini gerektirir. Öğrencinin bir açıklama yapması beklenmemektedir.
<i>3</i>	Öğrencinin matematiksel kavramları, süreçleri ve mevcut çizimde yer alan ilişkileri dikkate almasını gerektirir.
<i>4</i>	Öğrencinin matematiksel kavramları, süreçleri ve mevcut çizimde yer alan ilişkileri açıklamasını gerektirir.
<i>5</i>	Öğrencinin mevcut yapının ötesine geçmesini ve matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri genellemesini gerektirir.

Teknolojik Eylem Türleri

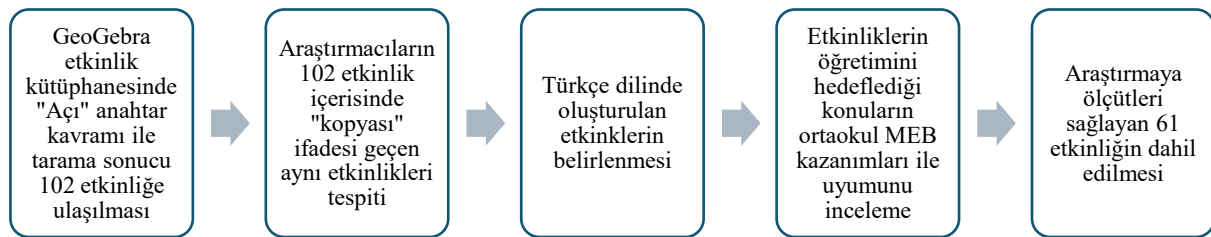
Sağlayıcılık	Açıklamaları
<i>N/A</i>	Mevcut çizimin çizim, inşa, ölçüm veya manipülasyonunu gerektirmez.
<i>A</i>	Mevcut çizim içinde çizim yapılmasını gerektirir.
<i>B</i>	Mevcut çizim içinde ölçüm yapılmasını gerektirir.
<i>C</i>	Mevcut çizim içinde inşa yapılmasını gerektirir.
<i>D</i>	Çizimin sürüklenmesini veya diğer dinamik yönlerinin kullanılmasını gerektirir.
<i>E</i>	Geometrik nesneler arasında veya içinde ortaya çıkan değişmeyen ilişki(ler) veya model(ler) in tanınmasını sağlayan taslağın manipülasyonunu gerektirir.
<i>F</i>	Temsil edilen ilişkileri araştıran kişiyi şaşırtabilecek ya da uç vakaları test etmeye dayanan sürpriz içindeki temalara dayanarak düşünmeyi geliştirmeye neden olabilecek taslağın manipülasyonunu gerektirir.

Veri Toplama ve Analiz

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden doküman inceleme yöntemi kullanılmıştır. Doküman inceleme yöntemi, nitel araştırma çalışmalarında doğrudan gözlem ve görüşme yapılmasının olanaksız olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Aynı zamanda araştırmaya konu edilen olay veya olgular hakkında bilgilerin yer aldığı yazılı ya da görsel belgelerin irdelenmesini, analizini temel alan araştırma yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Diğer nitel araştırma yöntemleri gibi doküman inceleme yöntemi de anlam ve anlayış geliştirme, kanıt

dayalı bilgi oluşturma nedeniyle verilerin incelenmesi ve yorumda bulunulmasını gerektirir (Corbin & Strauss, 2008). Doküman inceleme, basılı veya elektronik biçimdeki belgelerin analiz edilmesi ve değerlendirilmesini içeren sistematik bir yöntemdir. Araştırmanın verilerini sağlayacak sistematik değerlendirmeye konu olabilecek dokümanlar arasında reklamlar, toplantı kayıtları, kitap, broşür, dergi, gazete, fotoğraf albümleri, kurum raporu, video, öğretim programı, tez, makale olabileceği gibi öğretim etkinlikleri olabileceği de belirtilmiştir (Bowen, 2009). Bu nedenle bu çalışmada doküman inceleme yöntemiyle GeoGebra kütüphanesindeki yer alan DGY tabanlı öğretim etkinlikleri incelenmiştir.

Araştırma kapsamında ele alınacak etkinliklerin belirlenmesinde Merriam (2009) tarafından doküman analizi çalışmalarında önerilen adımlar kullanılmıştır. Bu adımlar: (1) araştırmanın amacına uygun dokümanların bulunması, (2) Dokümanların orijinalliğinin kontrolü, (3) Kodlama için sistematik planlama, (4) Verinin analiz edilmesi şeklindedir. Bu araştırmanın veri setini GeoGebra kütüphanesinde yer alan etkinlikler oluşturmaktadır. İlk olarak çalışmada GeoGebra kütüphanesinde yer alan etkinlikler açılı anahtar kelimesi kullanılarak taranmış ardından belirlenen ölçütlere uygun olan etkinlikler seçilmiştir. Etkinliklerin çalışmaya dahil edilmesinde amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemi, önceden tanımlanmış bir dizi ölçütü karşılayan tüm durumların çalışmaya dahil edilmesi olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Bu çalışmada incelenen etkinlikler; Türkçe dil ile yazılma, ortaokul düzeyine ait MEB kazanımları ile uyumlu, açılar konusu özelinde hazırlanma ölçütleri temel alınarak seçilmiştir. GeoGebra kütüphanesinde açılı anahtar kelimesi taranarak ulaşılan ‘Açılar’ konusuna ait 102 etkinlik içerisinde tanımlanan ölçütleri (Türkçe dil ile yazılma, ortaokul düzeyine ait MEB kazanımları ile uyumlu) taşıyan 61 etkinlik çalışmaya dahil edilmiştir. Bu etkinliklerin ilgili çerçeveye yönelik kodlaması için planlama yapılmış ve analiz edilmiştir.



Şekil 1. Veri Toplama Süreci

Çalışma sonucunda elde edilen veriler nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi ile analiz edilmiştir. İçerik analizi bir metinde yer alan bazı kelimelerin belirli kurallar çerçevesinde kodlamalar ve temalar halinde daha küçük ifadelerle sistemli bir biçimde özetlemesi şeklinde yapılan analiz yöntemidir (Büyüköztürk vd., 2020). Dinamik geometri etkinliklerinin niteliği Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen Dinamik Geometri Görev Analizi Çerçevesi kullanılarak analiz edilmiş ve kodlama yapılmıştır. Araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak adına Miles ve Huberman (1994) iki farklı araştırmacının aynı veriler üzerinde yeniden kodlama yapmasını analizlere netlik kazandıracağını belirtmektedir. Kodlayıcılar arasındaki uyum ve uyuşmazlıklar analizlerin gözden geçirilmesini ve düzeltilmesine yönlendirmektedir. Kodlayıcılar arasındaki uyumlu kod sayısının, uyumlu ve uyumsuz kod sayının toplamına oranı kodlayıcı güvenilirliğini ortaya koymaktadır. Araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğinin sağlanması için analizler iki farklı kodlayıcı tarafından gerçekleştirilmiş ve bu oran .87,5 olarak hesaplanmıştır. Bu oranın .80'e yakın olması araştırmanın geçerlik ve güvenilirlik düzeyini sağladığını göstermektedir (Miles & Huberman, 1994).

Örnek Veri Analizi

GeoGebra etkinlik kütüphanesinde yer alan bir etkinliğin Trocki ve Hollebrands (2018) tarafından geliştirilen çerçeveye ilişkin analiz süreci ve etkinliğin matematiksel derinlik ve teknolojik eylem türünün nasıl belirlendiği ele alınmıştır (Şekil 2).

1

Materyalde gösterilen sürgüleri kaydırınız. Yeni oluşan sürgüleri de kaydırarak değişimi gözleyiniz. Gözlemlerinizi aşağıda paylaşınız.

2

Materyalde sonradan beliren 3 sürgüde yaptığınız kaydırma işlemlerinde sabit kalan bir özellik oldu mu? Bu özelliğin adını biliyorsanız paylaşınız.

3

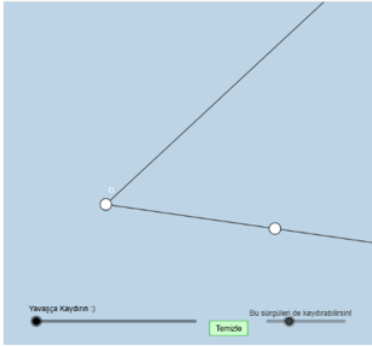
Şimdi 3 farklı sürgüde toplamda 3 farklı kombinasyon yaparak her durumda açı ölçülerini inceleyelim. Önceki soruda söylediğiniz kuralın her durumda geçerli olup olmadığını inceleyelim. Gözlemlerinizi aşağıda 3 başlık halinde anlatınız.

4

İddia ettiğiniz kuralın geçerli olmadığı bir durumla karşılaştınız mı? Eğer karşılaştıysanız 5. soruya geçiniz. Bir çelişki olduğunu düşünüyorsanız çelişkiyi aşağıdaki alanda açıkladıktan sonra 2. adıma dönerek yeni bir kural oluşturmaya çalışınız.

5

Bir A4 kağıdına yukarıda gördüğünüz materyale benzer bir açı çizin ve sürgüyü yavaşça kaydırarak adımları kağıt üzerinde cetvel ve pergel kullanarak taklit edin. Ekranda gördüğünüz durum sizin çiziminde de geçerli oldu mu? Açı ölçer kullanarak sizin yaptığınız çizimde de açının eşit çıkıp çıkmadığını inceleyiniz. Gözlemlerinizi aşağıda açıklayınız.



Şekil 2. Bir Açının Açığortayımı Belirleme Etkinliği



Bu etkinlikte bir açının iki eş açığa ayrılarak açıortayını belirleme ve açıortayın sürgüler kullanılarak değişiminin gözlenmesi amaçlanmıştır. Örnek veri analizi ve veri analizine ilişkin kodlama Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2.

Örnek Veri Analizi Kodlaması

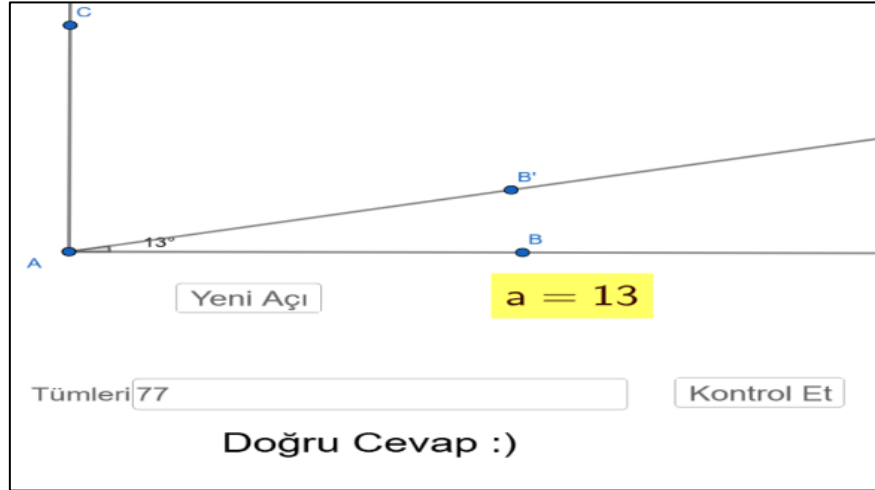
Etkinlik Kodlaması	Açıklama
5, E	Etkinlikte açıortay oluşturma süreci ve açıortayın her zaman herhangi bir açığı iki eş açığa ayırdığını adım adım genellemesini sağlama amaçlandığı için matematiksel derinlik olarak 5 seviyesindedir. Açıortayın açığı eş iki açığa ayırdığını ve bunun açılar manipüle edilse bile değişmeyeceğini göstermesi değişmeyen ilişkilerden dolayı teknolojik eylem açısından E türündedir.

BULGULAR VE YORUM

Bu araştırmada GeoGebra kütüphanesinde açılar konusunda yer alan etkinlikler Dinamik Geometri Görev Analizi Çerçevesine göre incelenmiştir. Araştırmanın ilk problemi gereği etkinliklerin matematiksel derinlik düzeyleri belirlenmiş, ikinci alt problem gereğince etkinliklerin teknolojik eylem türleri belirlenmiştir. Elde edilen bulgular aşağıda sırasıyla sunulmuştur.

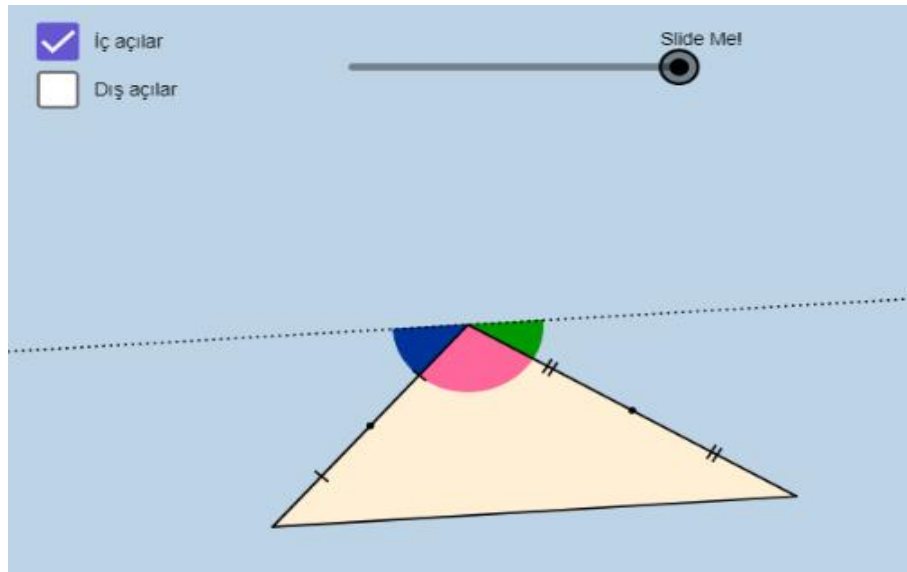
Geogebra Kütüphanesinde Yer Alan Açılar Konulu Etkinliklerin Matematiksel Derinlik Seviyelerine İlişkin Bulgular

GeoGebra kütüphanesinde kullanıcılara sunulan etkinliklerin matematiksel derinlikleri analiz edildiğinde N/A seviyesinde 1 etkinlik, 0 seviyesinde 3 etkinlik, 1 seviyesinde 20 etkinlik, 2 seviyesinde 9 etkinlik, 3 seviyesinde 19 etkinlik, 4 seviyesinde 6 etkinlik ve 5 seviyesinde 3 etkinlik olduğu tespit edilmiştir. GeoGebra kütüphanesinde 20 etkinlik sayısı ile en çok 1 seviyesindeki “*Matematiksel bir gerçek, kural, formül veya tanımı hatırlamayı gerektiren*” etkinliğin yer aldığı, ardından 19 etkinlik sayısı ile 3 seviyesindeki “*Öğrencinin matematiksel kavramları, süreçleri ve mevcut çizimde yer alan ilişkileri dikkate almasını gerektiren*” etkinliklerin yer aldığı görülmektedir.



Şekil 3. Tümleler Açısı Hesaplama Etkinliği

Şekil 3'te yer alan etkinlik bir açının tümleler açısını hesaplama amacı taşımaktadır. Ölçüleri toplamı 90° olan iki açı tümleler açısı olarak tanımlanmaktadır. Etkinlikte herhangi bir açının tümleler açısını hesaplamak için matematiksel bir tanımın işe koşulması gerekmektedir. Bu nedenle etkinliğin matematiksel derinlik seviyesi 1'dir.



Şekil 4. Üçgenin İç Açısı Ölçüleri Toplamı Etkinliği

Şekil 4'te sunulan etkinlik üçgenin iç açıları ölçüleri toplamının 180° olduğu ilişkisinin dikkate alınmasını gerektiren bir süreci içermektedir. Dolayısıyla etkinliğin matematiksel derinlik seviyesi 3 olarak belirlenmiştir.



GeoGebra kütüphanesinde 1 (bir) etkinlik sayısı ile en az N/A seviyesindeki “*Matematiğe odaklanmayan bir teknoloji görevi gerektiren*” etkinliğin bulunduğu, ardından 3 etkinlik sayısı ile 0 seviyesinde “*Matematiksel doğruluğu olmayan bir çizimi ifade eden*” ve 5 seviyesinde “*Öğrencinin mevcut yapının ötesine geçmesini ve matematiksel kavramları, süreçleri veya ilişkileri genellemesini gerektiren*” etkinliklerin yer aldığı görülmektedir. GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konulu etkinliklerin matematiksel derinlik seviyeleri Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3.

GeoGebra Kütüphanesinde Yer Alan Etkinliklerin Matematiksel Derinlik Seviyeleri

Matematiksel Derinlik Seviyeleri	Frekans	Yüzde (%)
N/A	1	1,63
0	3	4,91
1	20	32,7
2	9	14,75
3	19	31,14
4	6	9,83
5	3	4,91

GeoGebra Kütüphanesinde Yer Alan Açılar Konulu Etkinliklerin Teknolojik Eylem Türlerine İlişkin Bulgular

GeoGebra kütüphanesinde kullanıcılara sunulan etkinliklerin teknolojik eylem türleri analiz edildiğinde N/A türünde 15 etkinlik, A türünde 0 etkinlik, B türünde 1 etkinlik, C türünde 0 etkinlik, D türünde 37 etkinlik, E türünde 8 etkinlik ve F türünde 0 etkinlik olduğu tespit edilmiştir.

Merhaba arkadaşlar, bu dersimizde üçgen ve dörtgenlerin iç açılarının toplamı yönelik etkinlikler yapacağız.

Hazırsanız başlayalım. Öncelikle Üçgen kutucuğuna basıp yönergeleri takip edelim.

$52.24^\circ + 61.15^\circ + 66.6^\circ = 180^\circ$

☒ Üçgen
☐ Dörtgen

☒ Etkinlik 1 ☒ Etkinlik 2 ☒ Etkinlik 3

☒ A ☒ B ☒ C ☒ İç Açılar Sistemi

Üçgenin iç açıları A, B, C noktaları hareket ettirilerek elde edilebilir. Bu işlemi her kutucuğu için yapınız.

A, B, C noktalarını hareket ettirerek elde edeceğinizi yeni üçgenler içinde irdelleyiniz.

Şimdi Üçgen kutusunu kapatıp dörtgen kutucuğuna basalım.

Şekil 5. Üçgen ve Dörtgen İç Açılı Ölçüleri Toplamı Etkinliği

Şekil 5'te yer alan etkinlikte üçgenin ve dörtgenin iç açılı ölçüleri toplamının açılıların değişimini göz önüne alarak açıklanması amaçlanmıştır. Açılılar değiştirilerek üçgen ve dörtgenin iç açılı ölçüleri toplamının her zaman aynı olduğunun gözlemlenebileceği gösterilmektedir. Bu nedenle etkinlik teknolojik eylem türü açısından E olarak kodlanmıştır.

GeoGebra kütüphanesinde 37 etkinlik sayısı ile en çok D türünde “Çizimin sürüklenmesini veya diğer dinamik yönlerinin kullanılmasını gerektiren” etkinliğin yer aldığı, ardından 15 etkinlik sayısı ile N/A türünde “Mevcut çizimin çizim, yapım, ölçüm veya manipülasyonunu gerektirmeyen” etkinliğin yer aldığı görülmektedir. Teknolojik eylem türleri açısından en az sayıdaki etkinliklerin 0 etkinlik sayısı ile A, C ve F türünde olduğu görülmektedir. Etkinliklerde hiç yer almayan teknolojik eylemlerin “Mevcut çizim içinde çizim yapılmasını gerektiren” A türü, “Mevcut çizim içinde inşa yapılmasını gerektiren” C türü ve “Temsil edilen ilişkileri araştıran kişiyi şaşırtabilecek ya da uç vakaları test etmeye dayanan sürpriz içindeki temalara dayanarak düşünmeyi geliştirmeye neden olabilecek taslağın manipülasyonunu gerektiren” F türünde eylemler olduğu belirlenmiştir. GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılı konulu etkinliklerin teknolojik eylem türleri Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4.

GeoGebra kütüphanesinde yer alan etkinliklerin teknolojik eylem türleri

Teknolojik Eylem Türleri	Frekans	Yüzde (%)
N/A	15	24,59
A	0	0
B	1	1,63
C	0	0
D	37	60,65
E	8	13,11
F	0	0

SONUÇ VE ÖNERİLER

GeoGebra kütüphanesinde açılı konusuna yönelik yer alan etkinliklerin çoğunluğunun matematiksel derinlik seviyelerinin 1 seviyesinde “Matematiksel bir gerçek, kural, formül veya tanımı hatırlamayı gerektiren” etkinlikler ile 3 seviyesindeki “Öğrencinin matematiksel kavramları, süreçleri ve mevcut çizimde yer alan ilişkileri dikkate almasını gerektiren” etkinliklerden oluştuğu sonucuna ulaşılmıştır. Etkinliklerin matematiksel derinlik olarak 1 ve 3 seviyesinde yer alması bu etkinliklerin matematiksel yapısının düşük seviyelerde olduğunu göstermektedir. Benzer sonuçlara Güllük (2023) MEB tarafından yayınlanan etkileşimli ders



kitaplarında yer alan 9. sınıf üçgenler konusuna ait 10 göreve ilişkin matematiksel derinlik ve teknolojik eylem türü boyutlarında incelediği çalışmasında ulaşmıştır. Güllük (2023) yapmış olduğu çalışmada etkileşimli ders kitaplarında yer alan 10 dinamik geometri görevleri ile bu görevlere ait yazılı yönlendirme veya soruların matematiksel derinlik seviyelerinin N/A olarak adlandırılan “*Matematiğe odaklanmayan bir teknoloji görevi gerektirme*”, 1 ve 3 yoğunluklu dağılım gösterdiğini belirtmektedir. Dinamik geometri görev analizi çerçevesinin matematiksel derinlik boyutu Smith ve Stein (1998)’in bilişsel istem düzeyi teorisine dayanmaktadır. Buna bağlı olarak Trocki ve Hollebrands (2018) matematiksel derinlik boyutunun N/A, 0, 1, 2 seviyelerinde yer alan etkinlikleri düşük düzey; 3, 4 ve 5 seviyelerindeki etkinlikleri ise yüksek düzeyli etkinliklere karşılık geldiğini belirtmektedir. Böylelikle GeoGebra kütüphanesindeki açılar konusuna ait etkinliklerin matematiksel derinliğinin düşük düzeyde bilişsel yapıya sahip olduğu tespit edilmektedir. Reçber ve Sezer (2018) 8. sınıf matematik öğretim programı ile matematik ders kitabında yer alan etkinliklerin öğrenme alanlarına göre bilişsel istem düzeylerini karşılaştırdığı çalışmasında geometri ve ölçme öğrenme alanına ait etkinliklerin bilişsel istem düzeylerinin hem öğretim programında hem de ders kitabında yüksek düzeyde olduğu sonucuna ulaşması ders kitapları ve öğretim programları ile GeoGebra kütüphanesindeki açılar konulu etkinliklerin bilişsel yapılarının örtüşmediğini ifade etmektedir. Açılar konulu dinamik geometri etkinliklerinin matematiksel derinlik yönünden yüksek düzey olarak adlandırabileceğimiz 5 seviyesine ait 3 etkinliğin yer alması yüksek düzeyde etkinliklerin GeoGebra kütüphanesinde çok az sayıda bulunduğunu göstermektedir. Yiğit Koyunkaya ve Bozkurt (2019) matematik öğretmeni adaylarının GeoGebra üzerinde hazırladığı etkinlikleri dinamik geometri görev analizi çerçevesince incelemiş ve öğretmen adaylarının geliştirdikleri dinamik geometri etkinliklerinin matematiksel derinlik yönünden başlangıç seviyelerinde olduğunu ve yüksek seviyede etkinlik tasarımının 1 öğretmen adayı tarafından gerçekleştirildiğini belirtmişlerdir. Bu sonuçlar dinamik geometri ortamında yüksek düzeyde etkinliklere ulaşmanın nadiren görüldüğünü doğrulamaktadır. GeoGebra kütüphanesinde yer alan açılar konulu etkinliklerin öğrencilerde daha çok açı kavramına dair tanımları, formülleri kullanmayı ve açılara ait ilişkilerin dikkate alınmasını gerekli kılarken, açılara ilişkin genellemelere ulaşmayı sağlayacak üst düzey etkinliklerin az sayıda rastlanmaktadır. Bu durum Ayyıldız vd. (2019)’nin ortaokul ve lise matematik ders kitaplarındaki dinamik geometri destekli etkinliklerin düzeylerine dayanarak ifade ettiği gibi öğrencilerin geometri öğrenimi sürecinde geometrik kavramlara dair yapıların ötesini görerek kavramlar arası ilişkilendirme ve genelleme becerilerine sahip olma noktasında zorluklar yaşayacağını ortaya koymaktadır.



GeoGebra kütüphanesinde açılar konulu etkinliklerin içeriğinde yer alan teknolojik eylemlerin daha çok D kategorisi olarak isimlendirilen etkinlikteki çizimin ya da geometrik yapının sürüklenmesini veya diğer dinamik yönlerinin kullanılmasını gerektiren işlemlere sahip olduğu sonucuna varılmıştır. Yiğit Koyunkaya ve Bozkurt (2019) öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı üzerinde tasarladıkları etkinliklerin teknolojik eylem bakımından sürgü ve sürüklenme özelliklerini kullanarak etkinliğe dinamik ve değişkenlik boyutunu kazandırdıklarını belirtmektedir. Gülkılık (2023) ise etkileşimli matematik ders kitaplarındaki üçgenler konusuna ait 10 adet dinamik geometri görevini incelediği çalışmasında temel ya da ana görev diyebileceğimiz görevleri teknolojik eylem sınıflamasında N/A olarak adlandırılan mevcut çizime ilişkin herhangi bir çizim, inşa, ölçüm veya manipülasyonu gerektirmediğini ancak temel görevlere ait alt görevlerin teknolojik eylem türünün C mevcut çizim üzerinde inşa yapmayı gerekli kılma ve D sürgü ile manipülasyon sağlama olarak dağılım gösterdiğini ifade etmektedir. GeoGebra kütüphanesinde açılar konusuna ilişkin etkinliklerin teknolojik eylem boyutunda C türüne hiç rastlanılmaması dikkati çekmektedir. Öyle ki geleneksel geometri öğretiminde zaman alıcı diye nitelendirilen inşa sürecine alternatif olarak sunulan dinamik geometri etkinliklerinin de inşa sürecini göz ardı etmesi öğrencilerde geometrik düşünmenin gelişimine olumsuz yansıyacağını düşündürmektedir. Ulusoy ve Turuş (2022) 5-8. sınıflar ile 9-12. sınıflarda kullanıma sunulan 27 adet matematik ders kitabının içerisindeki dinamik geometri yazılımlarını kullanmayı gerektiren etkinlikleri incelediği çalışmasında ortaokul ve lise ders kitaplarındaki DGY gerektiren etkinliklerin büyük bir kısmının teknolojik eylem türünün çizim yapma amaçlı A kategorisinde yer aldığını belirtmektedir. Yine aynı çalışmada sürüklenme ve manipülasyon temelli etkinliklerin daha çok lise ders kitaplarında çoğunlukta olduğu tespit edilmiştir (Ulusoy ve Turuş, 2022). GeoGebra kütüphanesindeki ortaokul düzeyinde açılar konulu etkinliklerinin içerdikleri teknolojik eylemlerin arasında çizim yapmayı gerekli kılan hiçbir etkinliğin yer almaması bunun yerine etkinliklerin sürüklenme temelli D eylemine sahip olması Ulusoy ve Turuş (2022)'un çalışmasından elde ettiği sonuçlardan farklılaşmaktadır. Bu ifadelerden hareketle GeoGebra kütüphanesindeki ortaokul dinamik geometri etkinlikleri ile ortaokul ders kitaplarındaki dinamik geometri etkinliklerini kıyasladığımızda öğrencilere geometrik şekil ve yapılar arasındaki ilişkileri ve değişmez yapıları kazandırmada GeoGebra yazılımının daha işlevsel olduğunu söylemek mümkündür.

GeoGebra etkinlik kütüphanesinde yer alan açılara ilişkin etkinliklerin matematiksel derinlik seviyelerinin 1 ve 3 seviyesinde olduğu, teknolojik eylem türlerinin ise D türünde sürgü ve



sürüklemeyi temel aldığı belirlenmiştir. Ulusoy ve Turuş (2024) ilköğretim matematik öğretmenleri adaylarının açılar konusuna dair tasarladıkları GeoGebra etkinliklerinin matematiksel derinlik, teknolojik eylem türleri ve bu etkinliklerin matematiksel derinlik ile teknolojik eylem türleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Açılar konusunda öğretmen adaylarının tasarladıkları etkinliklerin 1 ve 2 seviyelerinde matematiksel derinliğe sahip oldukları belirtilmiş, teknolojik eylemlerin ise daha çok çizim, ölçüm ve sürüklemeyi temel alan eylemleri taşıdığı sonucuna ulaşılmıştır. GeoGebra etkinlik kütüphanesinde yer alan açılara ilişkin etkinliklerin de matematiksel derinlik ve teknolojik eylem yönünden benzer niteliklere sahip olduğu sonucu ile örtüşmektedir. Ayrıca bu çalışmada matematiksel derinlik seviyesi yüksek etkinliklerin teknolojik eylem sayısının fazla olduğu tespit edilmiştir. Matematiksel derinliğe sahip olmayan etkinliklerin teknolojik bir eylem bulundurmadığı veya bir eylem içerdiği, matematiksel derinliği yüksek etkinliklerin ise birden fazla eylem içerdiği ifade edilmektedir. GeoGebra kütüphanesindeki açılara ilişkin etkinliklerin ise tek bir eylem içeriyor olması kavramsal anlayışın gelişmesi hususunda sınırlılık yaratabileceğini düşündürmektedir. Nitekim Trocki ve Hollebrands (2018) matematiksel akıl yürütmenin sağlanması ve yüksek düzeyli etkinlikler tasarlanması için DGY görevlerinin teknolojik eylem ve matematiksel yapıları bir arada taşınması gerektiğine dikkat çekmektedir.

Bu çalışmada GeoGebra etkinlik kütüphanesinde açılar konusuna ait hazırlanmış etkinliklerin Dinamik Geometri Görev Analizine göre incelemesi gerçekleştirilmiştir. Etkinliklerin çoğunlukla matematiksel derinlik yönünden 1 ve 3 seviyesinde yer aldığı, teknolojik eylem türünün ise D kategorisinde yoğunlaştığı sonucuna ulaşılmıştır. 1 seviyesindeki etkinliklerin düşük düzeyde olmaları öğrencilerin matematik yapma seviyesi olarak adlandırılan matematiksel ilişkilerin anlamlandırılması noktasına ulaşmada güçlük oluşturabilme ihtimali dolayısıyla öğretmenlerin ürettikleri etkinlikleri geliştirme aşamasında Dinamik Geometri Görev Analizi çerçevesini dikkate almaları önerilmektedir. Etkinliklerin teknolojik eylemlerinin sürükleme bileşeni ile zenginleştirilmesi ile birlikte değişmez ilişkilerin keşfine yönlendirici olması gerekliliğinin genellemeler ve ilişkileri anlamlandırmada etkili olması nedeniyle öğretmen ve öğretmen adaylarının dikkat etmesi önerilmektedir. Fahlgren vd. (2022) öğretmen adaylarına gerekli müdahale eğitim programları uygulandığında öğretmen adaylarının düşük nitelikli DGY etkinliklerini yüksek düzey niteliğine çıkarabilme konusunda olumlu sonuçlar elde ettiklerini belirtmektedir. GeoGebra kütüphanesinde açık erişim olarak sunulan etkinliklerin tasarımı genel olarak öğretmenler ve öğretmen adayları tarafından



gerçekleştirilmektedir. GeoGebra kütüphanesinde açılar konusunda yer alan etkinliklerin matematiksel bir tanım, formül, kuralı kullanmayı ve ilişkileri dikkate almayı gerektirmesi açılar konusuna yönelik güçlüklerin giderilmesinde kısıtlı olabilir. Bu nedenle öğretmen ve öğretmen adayları için DGY tabanlı etkinlik hazırlama konusunda eğitim programları düzenlenmesi önerilebilir. Ayrıca bu çalışma GeoGebra kütüphanesindeki açılar konulu etkinlikler ile sınırlı olduğundan, gelecek çalışmalarda farklı geometri konularının incelemesine odaklanılabilir.

REFERANSLAR

- Açıkgül, K., ve Aslaner, R. (2015). Öğretmen adaylarının kâğıt-kalem ve dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(20), 468-512. <http://dx.doi.org/10.14520/adyusbd.96576>
- Ayyıldız, H., Salihoğlu, S. ve Güven, B. (2019). Ortaokul ve lise matematik ders kitaplarında bulunan dinamik matematik yazılımı destekli etkinliklerin incelenmesi. İçinde A. Baki, B. Güven ve M. Güler (Eds.), *4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu Tam Metin e-Kitabı* (s. 734–742).
- Baccaglini-Frank, A. & Mariotti, M. A. (2010). Generating conjectures in dynamic geometry: The maintaining dragging model. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(3), 225–253. <https://doi.org/10.1007/s10758-010-9169-3>
- Battista, M. T. & Clements, D. H. (1995). Geometry and proof. *Mathematics Teacher*, 88(1), 48-54. <https://doi.org/10.5951/MT.88.1.0048>
- Baya'a, N., Daher, W., & Mahagna, S. (2017, July). The effect of collaborative computerized learning using GeoGebra on the development of concept images of the angle among seventh graders. In *Proceedings of the 13th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, Lyon, France* (pp. 3-6).
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Pegem Akademi.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40.



- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz Ş., ve Demirel, F. (2020). *Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (29.baskı). Pegem Akademi.
- Clements, D. H., & Burns, B. A. (2000). Students' development of strategies for turn and angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 31–45. <https://doi.org/10.1023/A:1003938415559>
- Corbin, J. & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed.). Sage.
- Delice, A. ve Karaaslan, G. (2015). Dinamik geometri yazılımı etkinliklerinin öğrenci performansları bağlamında incelenmesi: Analitik düzlemde doğru denklemleri. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 41(41), 35-57. <https://doi.org/10.15285/ebd.42152>
- Devichi, C., & Munier, V. (2013). About the concept of angle in elementary school: misconceptions and teaching sequences. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32, 1-19. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.10.001>
- Dikovic, L. (2009). Implementing Dynamic Mathematics Resources with GeoGebra at the College Level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 1(3), 51-54. <https://doi.org/10.3991/ijet.v4i3.784>
- Erbay, H. N. (2016). Altıncı sınıf öğrencilerinin açılar konusundaki kavram bilgilerinin incelenmesi. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 4(36), 704-718. DOI:10.16992/ASOS.11815
- Fahlgren, M., Szabo, A., & Vinerean, M. (2022). Prospective teachers designing tasks for dynamic geometry environments. İçinde Hodgen, J., Geraniou, E., Bolondi, G., ve Ferretti, F. (Eds.) *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (pp. 2526–2533). Free University of Bozen-Bolzano and ERME.
- French, D. (2004). *Teaching and learning geometry*. Continuum
- Gomes, A. S., & Vergnaud, G. (2004). On the learning of geometric concepts using dynamic geometry software. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, 2(1), 1-20.



- Gülkılık, H. (2023). Etkileşimli matematik ders kitabında yer alan dinamik geometri yazılımı görevlerinin bir analizi: Üçgenler ünitesi örneği. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 12(3), 599-615. <https://dx.doi.org/10.30703/cije.1232859>
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir model. *İlköğretim Online*, 4(1), 62-72.
- Hazzan, O. & Goldenberg E.P. (1997) Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 263-291. <https://doi.org/10.1007/BF00182618>
- Heddens, J. W. & Speer, R.W. (1997). Today's mathematics, (9. Ed.). Merrill an Imprint of Prentice-Hall.
- Hohenwarter, M., Jarvis, D., & Lavicza, Z. (2008). Linking geometry, algebra, and mathematics teachers: GeoGebra software and the establishment of the International GeoGebra Institute. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(2), 83-86.
- Horzum, T., ve Ünlü, M. (2017). Pre-Service Mathematics Teachers' Views about GeoGebra and Its Use. *Acta Didactica Napocensia*, 10(3), 77-90. DOI: 10.24193/adn.10.3.8
- İlhan, A., ve Aslaner, R. (2017). Geometri konularının öğretiminde dinamik geometri yazılımı kullanımının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının görsel matematik okuryazarlık algı düzeylerine etkisinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 11(2), 136-155. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.373158>
- Jones, K. (2002). Implications for the classroom: Research on the use of dynamic geometry software. *Micromath*, 18(3), 18-20.
- Kaleli Yılmaz, G., Ertem, E. ve Güven, B. (2010). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin 11. sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki öğrenmelerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 1(2), 200-216.
- Karataş, İ., ve Güven, B. (2015). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin matematik eğitiminde kullanımı: Pisagor bağıntısı ve çokgenlerin dış açıları. *Gazi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 1(1), 15-28.



- Kavaklı, A., Özenir, Ö. S., Özden, D., ve Kurt, G. (2023). Geometri Öğretiminde Yeni Yaklaşımlar: Bir TÜBİTAK 4004 Projesi Sonuçlarının Değerlendirilmesi. *Uluslararası Temel Eğitim Çalışmaları Dergisi*, 4(3), 138-151. <https://doi.org/10.59062/ijpes.1379845>
- Keiser, J. M. (2004). Struggles with developing the concept of angle: Comparing sixth grade students' discourse to the history of the angle concept. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(3), 285-306. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0603_2
- Köse, N., Tanışlı, D., Erdoğan, E. Ö., ve Ada, T. Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli geometri dersindeki geometrik oluşum edinimleri. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(3), 102-121.
- Köse, N., Uygan, C. ve Özen, D. (2012). Dinamik geometri yazılımlarındaki sürüklemeye ve çeşitlerinin geometrik öğretimindeki rolü. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 3(1), 35-52.
- Kutluca, T. ve Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle University Journal of Ziya Gokalp Education Faculty*, 17, 160-172.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283-317.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strässer, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (s. 275-304). Brill Sense.
- Masuda, Y. (2009). Exploring students' understanding of angle measure. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 424). PME.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. Jossey-Bass.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. Sage.



- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar)*.
<https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr/>
- Mistretta, R. M. (2000). Enhancing Geometric Reasoning. *Adolescence*, 35(138), 365-379.
- Mitchell, B., Bailey, J. & Monroe, E. (2007) Integrating technology and a standards-based pedagogy in a geometry classroom. *Computers in the Schools*, 24(1-2), 75-91.
https://doi.org/10.1300/J025v24n01_06
- Mitchelmore, M. C. & White, P. (2000). Development of Angle Concepts by Progressive Abstraction and Generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41 (3), 209 –238.
<https://doi.org/10.1023/A:1003927811079>
- Moss, L. J. (2000). *The use of dynamic geometry software as a cognitive tool*. [Unpublished doctoral dissertation]. The University of Texas at Austin
- Özen Ünal, D. & Ürün, Ö. (2021). Sixth grade students' some difficulties and misconceptions on angle concept. *Journal of Qualitative Research in Education*, 27, 125-154.
<https://doi.org/10.14689/enad.27.7>
- Reçber, H., ve Sezer, R. (2018). 8. sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin bilişsel düzeyinin programdakilerle karşılaştırılması. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, 51(1), 55-76. <https://doi.org/10.30964/aubfd.405848>
- Sinclair, M. (2003). Some implications of the results of a case study for the design of pre-constructed, dynamic geometry sketches and accompanying materials. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 289–317.
- Smith, M., & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344–350.
- Straesser, R. (2001). Cabri-géomètre: Does dynamic geometry software (DGS) change geometry and its teaching and learning. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 319–333.



- Tanguay, D., & Venant, F. (2016). The semiotic and conceptual genesis of angle. *ZDM*, 48(6), 875-894. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0789-5>
- Tapan-Broutin, M. S. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 255–281. <https://doi.org/10.19171/uuefd.49474>
- Tatar, E., Akkaya, A., ve Kağızmanlı, T. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının GeoGebra ile oluşturdukları materyallerin ve dinamik matematik yazılımı hakkındaki görüşlerinin analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 2(3), 181-197.
- Trocki, A. (2014). Evaluating and writing dynamic geometry tasks. *Mathematics Teacher*, 107(9), 701–705.
- Trocki, A. (2015). *Designing and examining the effects of a Dynamic Geometry Task Analysis Framework on teachers' written Geometer's Sketchpad tasks* (Yayın No. 10113005) [Doktora Tezi, North Carolina State University]. ProQuest Dissertations & Theses Global. <https://www.proquest.com/dissertations-theses/designing-examining-effects-dynamic-geometry-task/docview/1799289849/se-2>
- Trocki, A., & Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4, 110-138. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>
- Ulusoy, F. ve Turuş, İ. B. (2024). Matematik öğretmeni adaylarının oluşturduğu GeoGebra etkinliklerinin matematiksel derinlik seviyeleri ve teknolojik eylemler bakımından incelenmesi. *Millî Eğitim*, 53(243), 1329-1356. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1250883>
- Ulusoy, F., & Turuş, İ. B. (2022). The mathematical and technological nature of tasks containing the use of dynamic geometry software in middle and secondary school mathematics textbooks. *Education and Information Technologies*, 27(8), 11089-11113. <https://doi.org/10.1007/s10639-022-11070-z>
- Ünlü, M. ve Ertekin, E. (2020). Geometri öğretimi. İçinde E. Ertekin ve M. Ünlü (Ed.) *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* (s. 37). Pegem Akademi



- Ünlüer, E. (2021). *Geometri öğretimine teknolojinin entegrasyonu: Ortaöğretim öğrencileri ile tasarım tabanlı bir araştırma*. [Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi
- Weinhandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing flipped mathematics education by utilising GeoGebra. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 8(1), 1-15. <https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832>
- Yao, X. (2024). Opportunity to learn function transformations in the open-access GeoGebra resources. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 10(1), 108-131. <https://doi.org/10.1007/s40751-024-00136-x>
- Yao, X., & Gan, J. (2024). Conceptualizations and representations of fraction division in online open access GeoGebra resources. *Asian Journal for Mathematics Education*, 3(2), 254-271. <https://doi.org/10.1177/27527263241258500>
- Yavuzsoy Köse, N. (2008). İlköğretim 5. Sınıf öğrencilerinin dinamik geometri yazılımı Cabri geometriyle simetriyi anlamlandırmalarının belirlenmesi: Bir eylem araştırması. [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Ulusal Tez Merkezi. https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=uBM0ECgx2RzODRoYn1Gy4g&no=cgZ6K8oxtsZvwEk_MaVr8g
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yiğit Koyunkaya, M., ve Bozkurt, G. (2019). Matematik Öğretmen Adaylarının Tasarladığı GeoGebra Etkinliklerinin Matematiksel Derinlik ve Teknolojik Eylem Açısından İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 515–544. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.573521>



Etik Kurul İzni:

Etik kurul iznine ihtiyaç yoktur.

Yazar Katkısı:

Tüm yazarlar çalışmaya eşit oranda katkı sunmuştur.

Destek:

Destek yoktur.

Çıkar Çatışması:

Çıkar çatışması yoktur.